| | |
|---|---|
| *Lycée secondaire Bennane-Bodher* | *Année scolaire:2008/2009* |

# Feuille d'exercices n°8

| | |
|---|---|
| $3^{eme}$ année | *Mr: Bouhouch Ameur* |

## Exercice n°1:

Pour chaque question, une seule réponse est correcte. Laquelle?

1) Soit le nombre complexe j=$\frac{-1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$, alors la forme trigonométrique de j est égale à :

a) $\cos(\frac{\pi}{3})+i\sin(\frac{\pi}{3})$ b) $\cos(\frac{2\pi}{3})+i\sin(\frac{2\pi}{3})$ c) $\cos(\frac{\pi}{6})+i\sin(\frac{\pi}{6})$.

2) L'ensemble des points M d'affixe z tels que:|z-1+2i|=3 est:

a) une droite b) un point c) un cercle

3) Si z= $\cos(\frac{\pi}{4})+i\sin(\frac{\pi}{4})$ , alors $z^{2008}$ est égal à :

a) 0 b) 1 c) i

## Exercice n°2:

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé, on donne les points A et B d'affixes respectives 1 et i.

Soit M un point du plan d'affixe z et distinct de A et M' le point d'affixe z'=$\frac{iz}{z-1}$.

1) Vérifier que z'-i=$\frac{i}{z-1}$.

2) a) Montrer que BM'$\times$AM=1

b) En déduire l'ensemble des points M' lorsque M décrit le cercle de centre1 et de rayon 4.

3) a) Montrer que arg(z'-i)+arg(z-1)$\equiv\frac{\pi}{2}(2\pi)$;

b) On suppose que $\left(\widehat{\vec{u},\ \overrightarrow{AM}}\right)\equiv\frac{\pi}{6}(2\pi)$. Déduire $\left(\widehat{\vec{u},\ \overrightarrow{BM'}}\right)$.

## Exercice n°3:

Soient les nombres complexes Z=$\sqrt{2}$ -i$\sqrt{6}$ et Z'=1+i

1) Donner la forme trigonométrique de Z et Z'.

2) a) Donner la forme trigonométrique de ZZ'.

b) Déduire les valeurs exactes de $\cos(\frac{\pi}{12})$ et $\sin(\frac{\pi}{12})$.

3) a) Donner la forme trigonométrique de $\frac{Z'}{Z}$.

b) Déduire les valeurs exactes de $\cos(\frac{7\pi}{12})$ et $\sin(\frac{7\pi}{12})$.

## *Exercice n°4:*

Soit f la fonction définie sur IR par : f(x)=$\sin^2 x+\cos x$ , et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) a) Montrer que $2\pi$ est une période de f .
   b) Montrer que f est paire .interpréter géométriquement ce résultat.
   c) En déduire qu'il suffit d'étudier f sur $[0,\pi]$.
2) Etudier les variations de f sur $[0,\pi]$ et dresser son tableau de variation.
3) Montrer que l'équation f(x)=0 admet une solution unique $\alpha \in [0,\pi]$.
4) Tracer la représentation graphique de la restriction de f à l'intervalle $[-\pi,\pi]$.

## *Exercice n°5:*

Soit f la fonction définie par f(x)=$\dfrac{\cos(2x)}{(1+\sin x)^2}$ ,et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) Déterminer le domaine de définition D de f.
2) Montrer que $2\pi$ est une période de f.
3) a) Montrer que la droite ( $\Delta$ ): $x=\dfrac{\pi}{2}$ est un axe de symétrie de (C).
   b) En déduire qu'il suffit d'étudier f sur $]\dfrac{-\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}]$.
4) a) Montrer que pour tout $x \in$D, on a: f'(x)=$\dfrac{-2\cos x(1+2\sin x)}{(1+\sin x)^3}$.
   b) Dresser le tableau de variation de f sur $]\dfrac{-\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}]$.
5) Tracer la partie de (C) relative à l'intervalle $]\dfrac{-\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}]$.